Kollegialt beslutsfattande och röstmakt*

AV SVEN BERG

1. Inledning

I Strömbergs *Allmän förvaltningsrätt* (1984, s 121) läser man under rubriken "Föredragning och avgörande" följande:[1]

Vid kollegialt beslutsfattande följs föredragningen av överläggning. Om härvid olika meningar framkommer, skall omröstning ske, varvid varje ledamot i tur och ordning är skyldig att uttala sin mening i ett s k votum. Om sättet för omröstning ges ibland bestämmelser i myndighetens instruktion. Där bestämmelser saknas, får man söka ledning i omröstningsreglerna i RB 16 och 29 kap (se AGDL 22 §) ...

I Rättegångsbalkens kapitel 16 heter det vidare:

Yppas vid överläggning till dom eller beslut skiljaktiga meningar, skall omröstning ske. Vid omröstning skall den yngste i rätten först yttra sig och sedan var efter annan, såsom de hava säte i rätten. Har målet beretts av viss ledamot, säge han först sin mening. Envar angive de skäl, varpå han grundar sin mening.

Den citerade texten beskriver ett omröstningsförfarande – en röstprocedur (eng voting procedure). I praxis tillkommer en komplettering med angivande av beslutsregel, t ex att enkel majoritet krävs för beslut, att ordföranden har utslagsröst, etc. Kollegial omröstning enligt svensk modell är internationellt en tämligen okänd företeelse men förekommer även i Finland.[2]

Omröstning enligt en fast och given turordning förekommer däremot även annorstädes, t ex i Förenta Nationerna och i USAs kongress. Studiet av röstprocedurer är ett delområde inom public-choice teorin. Man skulle kanske förvänta sig att området länge varit föremål för omfattande intresse både från samhällsforskare och praktiskt verksamma personer i politik och förvaltning. Detta stämmer endast så tillvida att en omfattande teori utvecklats efter 2:a världskriget med Duncan Black och Kenneth Arrow som pionjärer. Det är emellertid påfallande hur sent modern forskning på området kommit igång. I en nyligen publicerad bok skriver Michael Dummet (*Voting Procedures,* 1984, s 3):

"... especially in the last two decades, the theory initiated by Black and Arrow has been extensively developed, principally in articles published in learned journals. One of the most surprising features of all this is how recent this work is. Duncan Black devoted a section of this book to a historical survey. From this it emerged that almost the only serious work on the theory of voting that had previously been done was carried out in France just before the Revolution, by Borda, Condorcet, and Laplace ..."

Condorcet ingick i en krets av lärda män som vid tiden för Ludvig den XIV:s trontillträde 1774 hade samlats kring ett program för förnyelse av det franska samhället och dess förvaltning. Condorcets idé var att tillämpa resultat och begrepp från klassisk sannolikhetslära, såsom binomialfördelningen och Bayes teorem, på röstningsförfaranden. Condorcets ansats utgör ett av de tidigaste exemplen på användning av kvantitativa modeller i samhällsvetenskap. Condorcets arbeten är inte särskilt lättillgängliga. Historikern Gillespie (1972), som intresserat sig för "problems arising out of the interaction between science and the social process", skriver om Condorcets verk:

It will hardly be worthwhile to follow him in these writings obscurely expounding the reasonings and procedures of probability itself in relation to causality and epistemology. Laplace had already explained these matters clearly and precisely. It will be more to the point to traverse the one area where Condorcet did make out

* För detta arbete har visst finansiellt stöd utgått från HSFR.

new ground, albeit somewhat blurrily. The area is indicated in the title.

Gillespie syftar här på Condorcets berömda *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendue à la pluralité des voix* (Paris, 1785).

Nordiska forskare har deltagit i den teoriutveckling som skett under efterkrigstiden: Bjurulf (1972), Gärdenfors (1975) och Nurmi (1983) är tre exempel. En intressant artikel nyligen i *Statsvetenskaplig Tidskrift* av Stenlund och Lane (1984a) behandlar röstmakt vid fackliga kongresser, med makt kvantifierad i indexform. Avsikten i denna uppsats är att – i Condorcets anda – med hjälp av några sannolikhetsberäkningar försöka belysa maktfördelningen mellan ledamöter i en röstande församling, där röstning sker enligt en fast turordning såsom vid kollegial omröstning. Som en intressant biprodukt av diskussionen framkommer en karakterisering av två sannolikhetsmodeller för röstbeteende, som ofta kommit till användning i litteraturen och som ligger till grund för två välkända maktindex, Banzhafs respektive Shapley-Shubiks.

2. Modeller för röstbeteende och maktindex

De i internationell tidskriftslitteratur vanligaste formerna av maktindex är *Banzhafs index* och *Shapley-Shubiks index*. Utgångspunkt för härledning av ett maktindex kan vara en sannolikhetsmodell för de röstandes beteende, med vars hjälp man beräknar sannolikheten att en ledamot skall ha ett avgörande inflytande på utfallet av en omröstning. Begreppet "avgörande inflytande" måste då givetvis närmare preciseras för att härledning av ett maktindex skall kunna ske. En annan startpunkt vid härledning kan vara en uppsättning intuitivt rimliga axiom, vilka man anser ett maktindex bör uppfyla.

En enkel och ofta använd sannolikhetsmodell för röstbeteende med hävd sedan Condorcets dagar är *binomialfördelningen*. Det avges antingen JA- eller NEJ-röst och p är sannolikheten för JA-röst, gemensam för alla n röstande. Vi har då sannolikheten för x JA-röster bland de n avgivna rösterna:

$$P_{bin}(x) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}, x=0,1,\ldots,n \qquad (1)$$

För små och medelstora församlingar är formeln (1) bekväm att arbeta med och för större församlingar fungerar normalfördelningen utmärkt som approximation. Viktiga antaganden bakom denna enkla röstmodell är följande:

- konstant p-värde, d v s sannolikheten för JA-röst är densamma för alla n ledamöter;
- oberoende röstande, d v s de röstande agerar oberoende av varandra vid omröstningen.

Direkt som den står är naturligtvis binomialfördelningen (1) en orealistisk modell för röstbeteende: båda grundantagandena förefaller ytterst restriktiva. Man kan emellertid utvidga eller generalisera modellen mot större realism, t ex på följande sätt. Man bibehåller symmetri mellan de röstande – de betraktas liksom i binomialmodellen som likvärdiga eller utbytbara – medan sannolikhetsparametern p i formeln (1) nu själv antas vara en slumpvariabel med en egen sannolikhetsfördelning (se t ex Straffin, 1977 eller Stenlund och Lane, 1984b).

I ord uttryckt: man betraktar ett antal omröstningssituationer – propositioner – med varierande sannolikhet för JA-röst och man beräknar ett genomsnitt – en förväntad sannolikhet – över dessa propositioner för att utfallet skall bli just x JA-röster. Två modeller för röstande, som uppkommer genom denna ansats, har ofta används i litteraturen kring maktindex (benämningarna är från Straffin, 1977).

I. *Oberoendefallet.* I uttryckeet för binomialfördelningen (1) fixeras p-värdet och sätts = 1/2 och vi har sannolikheten för x JA-röster

$$P_{ober}(x) = \binom{n}{x}(1/2)^x, x=0,1,\ldots,n \qquad (2)$$

II. *Homogena fallet.* I formeln för binomialfördelningen (1) låter man parametern p ha en likformig fördelning över intervallet (0,1). Efter integration av (1) får man den förväntade sannolikheten för x JA-röster

$$P_{hom}(x) = 1/(n+1), x=0,1,\ldots,n, \qquad (3)$$

d v s *alla* utfall av JA-röster betraktas som lika sannolika under denna modell.

Formlerna (2) och (3) representerar två speciellt enkla modeller bland oändligt många tänkbara, som kan genereras via ansatsen ovan. Det är viktigt att observera att homogena fallet (3) implicerar ett *beroende* mellan de röstande. För att illustrera detta, beräknar vi sannolikheten för att ett godtyckligt par av röstande skall rösta på samma sätt, d v s antingen båda JA eller båda NEJ. Under binomialmodellen (1) erhålles

$$P_{bin}\binom{\text{Två röstar}}{\text{lika}} = p^2 + (1\text{-}p)^2 \geq 1/2,$$

varvid lägsta värdet 1/2 antas då p:1/2, d v s för oberoendefallet I. Vid det homogena fallet (3) får vi däremot

$$P_{hom}\binom{\text{Två röstar}}{\text{lika}} = 2/3,$$

d v s ett klart högre värde på sannolikheten för överensstämmelse.[3]

Man kan betrakta de båda modellerna I och II som specialfall av urnmodeller, där man genom en "återläggningspolicy" kan skapa ett mer eller mindre kraftigt beroende mellan utfallen av successiva dragningar från urnan. Oberoendefallet svarar då mot dragning av "JA-" och "NEJ-kulor" med återläggning, under det att homogena fallet uppstår vid återläggning av ytterligare en kula av samma slag vid varje dragning. Urnmodeller har visat sig tillämpbara på problem vid kollektivt beslutsfattande (Berg & Bjurulf, 1983, Berg, 1985).

Den andra komponent som krävs för bestämning av ett index för makt eller inflytande vid en omröstning är en precis formulering – en definition – av vad som skall förstås med att vara "avgörande". Betrakta det enkla röstspel (voting game), som i symbolisk form kan skrivas: (3:2,1,1). I ord uttryckt: vi har tre spelare, säg 1,2 och 3, med vikterna (röstetalen) 2,1 och 1, respektive. För beslutsmässighet krävs åtminstone 3 (= spelets kvota). Vinnande koalitioner är här följaktligen; (1,2), (1,3) samt givetvis (1,2,3). Betrakta nu samtliga sex permutationer av de tre spelarna:

$1,\underline{2},3 \quad 1,\underline{3},2 \quad 2,\underline{1},3 \quad 2,3,\underline{1} \quad 3,\underline{1},2 \quad 3,2,\underline{1}$

Den spelare som först åstadkommer ett tillräckligt röstetal för beslutsmässighet har markerats vid var och en av de 6 olika uppställningarna = permutationerna. Denne spelare är alltså i viss mening avgörande för det beslut som fattas och kallas i teknisk litteratur "pivotal".

Förfogar man över en sannolikhetsmodell för de röstandes beteende och en definition av vad som skall menas med "avgörande inflytande", kan man utnyttja modell och definition för att tilldela ledamöter-spelare maktindex uttryckta i sannolikhetstermer. Shapley-Shubiks index är således en funktion av antalet gånger en spelare-ledamot är avgörande = pivotal vid en omröstning, varvid alla permutationer betraktas som lika sannolika. Den sannolikhetsmodell som antas gälla är alltså vad som här kallats den homogena. I det aktuella exemplet får de tre spelarna följande Shapley-Shubik index: spelare 1 får 2/3, spelare 2 och 3 båda 1/6. Det är också möjligt att uttrycka indexet i termer av "swings", närmare bestämt det förväntade antalet övergångar från vinnande till förlorande koalition, då spelaren-ledamoten byter uppfattning. Banzhafs index baseras just på antalet koalitioner, där spelaren är kritisk i den meningen att en vinnande koalition blir förlorande, då spelaren i fråga utgår. Den sannolikhetsmodell som kan sägas ligga till grund för Banzhafs index är det oberoende fallet. I det numeriska exemplet blir Banzhafs index i vektorform: (3/5, 1/5, 1/5).

3. Tillämpning på kollegial omröstning

Vi skall nu tillämpa modeller och begrepp från föregående avsnitt på omröstning i en församling, där man röstar enligt en fast turordning. För konkretionens skull utgår vi från kollegial omröstning, men resultaten äger tillämplighet i andra fall, där man röstar enligt en given turordning. Vi betraktar således en nämnd (jury, kollegium, styrelse, etc) med en uppsättning ledamöter, som betecknas med vektorn $N = (1,2,\ldots,n)$. Yngste ledamot är nummer 1, näst yngste 2 o s v till n, som är nämndens äldste ledamot och den som röstar sist. För enkelhets skull antar vi att nämnden består av ett udda antal ledamöter och skriver i fortsättningen $n=2m+1$, där m är ett godtyckligt positivt heltal. Vi förutsätter också att nämnden står inför dikotoma beslut. Man röstar JA eller NEJ till ställd proposition och ingen avstår från att rösta. För beslut krävs enkel majoritet, d v s minst $m+1$ röster för JA- eller NEJ-sidan. Det är också viktigt att påpeka att vi betraktar alla ledamöters röster som likvärda, d v s diskussionen avser inte viktade röstspel ("weighted voting games"), som i exemplet i föregående avsnitt.

Med hjälp av sannolikhetsmodellerna från föregående avsnitt skall vi nu beräkna sannolikheten att en viss ledamot med sitt votum skall åstadkomma en majoritet för JA- eller NEJ-sidan. Till skillnad från vad fallet är vid härledningen av Shapley-Shubiks index, betraktar vi en fix turordning mellan de röstande, nämligen just den som anges av vektorn: $N = (1,2,\ldots,n=2m+1)$. Det sannolikhetsindex som härvid framkommer för ledamöterna nummer m+1,m+2,...,2m+1 ("spelare" med lägre nummer kan inte åstadkomma majoritet), är alltså inspirerat av Shapley-Shubiks index. Det kan naturligtvis diskuteras huruvida det som framkommer ur beräkningarna verkligen är att betrakta som ett "maktindex", en kvantifiering av ledamots inflytande i församlingen. Vårt index är således inte knutet till koalitionsbildning och ledamots effekt härpå. Rent intuitivt förefaller det emellertid rimligt att tillmäta de röstande som kommer senare i omröstningen en större chans att utöva ett inflytande på utfallet. För ledamöter på senare halvan öppnar sig möjligheter t ex för strategiskt röstande. Om ledamot nummer m+i är den som åstadkommer att endera alternativet kommer upp till erforderliga m+1 röster sammanlagt, så saknar i viss mening de efterföljande röstande betydelse för utfallet: nämndens beslut är fattat.

Betrakta först en situation med m+1 avgivna JA-röster och m NEJ-röster. Vad är då sannolikheten att ledamot m+1 – "mittenmannen" – är den avgörande, d v s den som avger den (m+1):a JA-rösten? Svaret är

$$p_{m+1} = 1/\binom{2m+1}{m+1}, \tag{2}$$

om alla $\binom{2m+1}{m+1}$ arrangemang av m+1 JA- och m NEJ-röster är lika sannolika. Generellt blir sannolikheten att det är ledamoten nr m+i som är avgörande i denna mening:

$$p_{m+i} = \binom{m+i-1}{i-1} / \binom{2m+1}{m+1}.$$

Speciellt för den sist röstande

$$p_{2m+1} = \binom{2m}{m} / \binom{2m+1}{m+1} = (m+1) / (2m+1)$$

d v s $\approx$ 1/2 för stort m.

Ett numeriskt exempel visar hur formlerna fungerar. Låt 2m+1 vara = 9, d v s samma antal ledamöter som i amerikanska högsta domstolen. Formeln (2) ovan ger då följande tabell med sannolikhetsindex:

Tabell 1. Sannolikhetsindex vid församling med 9 röstande, 5 JA-röster

Röstande nummer:	5	6	7	8	9
Sannolik-	1/126	5/126	15/126	35/126	70/126
het, p_i =	.0079	.0379	.1190	.2778	.5556

Sannolikheten är alltså betydligt högre för att det skall vara någon av ledamöterna i slutet av turordningen, som skall tippa över vågskålen, d v s vara "pivotal".

I stället för att betrakta ett fixt antal JA- och NEJ-röster fördelade slumpmässigt över de röstande, skall vi nu använda oss av en sannolikhetsmodell för att fördela JA- och NEJ-röster på ledamöterna. Närmare bestämt skall vi utnyttja de två enkla modeller som införts i föregående avsnitt under benämningarna "oberoendefallet" och "homogena fallet".

I. *Homogena fallet.* Vad är sannolikheten att ledamot nr m+i skall vara avgörande för utfallet av en omröstning? Under modellen kan man härleda den enkla formeln:

$$p_{m+i} = 2\,(m+1)\;/\;(m+i+1),\quad i=1,2,\ldots,m+1,\quad m=1,2,\ldots \tag{3}$$

II. *Oberoendefallet.* Sannolikheten att det blir ledamot m+i som skapar majoritet för sitt JA- eller NEJ-alternativ ges av binomialsannolikheten

$$p_{m+i} = \binom{m+i-1}{i-1} / (1/2)^{m+i-1},\quad i=1,\ldots,m+1,\quad m=1,2,\ldots \tag{4}$$

För att illustrera numeriskt använder vi samma antal röstande som tidigare, d v s 2m + 1 = 9. Insättning i formlerna (3) och (4) ger de siffror som redovisas i tabell 2 nedan.

Tabell 2. Maktindex vid kollegial omröstning, homogena fallet och oberoendefallet med 2m+1=9 ledamöter.

	Röstande nr 5	6	7	8	9
Oberoende röstande index:	8/128	20/128	30/128	35/128	35/128
	.06	.16	.23	.27	.27
Homogena fallet index:	84/252	60/252	45/252	35/252	28/252
	.33	.24	.18	.14	.11

Det är intressant att iaktta hur i exemplet maktfördelningarna blir praktiskt taget spegelbilder av varandra: oberoendefallet lägger makten hos de sist tillkommande röstande, under det att homogena fallet favoriserar de närmast mitten i turordningen. Detta är ingen tillfällighet för fallet 2m+1=9 röstande, utan gäller generellt för formlerna (3) och (4). Förklaringen är följande. I det homogena fallet sprids utfallen av röstningen så att vi relativt ofta har klara majoriteter för JA- eller NEJ-sidan. Den ledamot som då definitivt åstadkommer majoritet för ena eller andra sidan kommer härvid ganska tidigt i turordningen. I oberoendefallet däremot förekommer oftare jämna utfall med knappa majoriteter och härvid kommer ledamöter med högre nummer oftare att fälla avgörandet.

De dramatiska skillnader mellan modellerna som här demonstrerats är inte intuitivt självklara. Det kraftiga utslag som ett beroende mellan de röstande åstadkommer vid kollegial omröstning är överraskande. Man kan också säga att den klassiska, svenska, kollegiala omröstningen lämpar sig alldeles utmärkt för att karakterisera de båda modeller för röstbeteende som går under benämningarna oberoendefallet och homogena fallet.

Det kan vara av intresse att avslutningsvis knyta an till ett klassiskt problem inom sannolikhetsläran, vilket går under benämningen *"Bertrand's ballot problem"* (Feller, 1986, sid 66). Om två kandidater, A och B, vid en omröstning erhåller respektive a och b röster, där a>b, så är sannolikheten för att kandidat A skall leda under *hela* rösträkningen bestämd av det enkla uttrycket: (a-b) / (a+b).

För att knyta an till det föregående sätter vi totala antalet röstande a+b=2m+1 och antar att de röstandes beteende kan beskrivas av de ovan införda modellerna. Vi kan då beräkna den förväntade sannolikheten för att den vinnande kandidaten – det vinnande alternativet – skall leda genom hela rösträkningen.

I. *Homogena fallet.* Den förväntade sannolikheten blir

$$E(\Pr\left[{\text{Konstant ledning} \atop \text{vinnande kandidat}}\right]) = (m+1) \;/\, (2m+1) \simeq 1/2 \qquad (7)$$

II. *Oberoende fallet.* Motsvarande sannolikhet blir

$$E(\Pr\left[{\text{Konstant ledning} \atop \text{vinnande kandidat}}\right]) = \binom{2m}{m} \;/\; 2^{2m} \simeq 1/\sqrt{\eta m}. \qquad (8)$$

Sannolikheten att vi skall ha en och samma kandidat i konstant ledning under hela omröstningen är alltså betydligt lägre vid oberoendefallet (8) och avtar mot 0, då gruppens storlek ökar. Motsvarande sannolikhet för homogena fallet (7) är i stort sett konstant = 1/2 oberoende av församlingens storlek. Som vi redan konstaterat, har vi i det homogena fallet en tendens till klara majoriteter, varvid det vinnande alternativet ofta kommer att befinna sig i ledning hela tiden under rösträkningen. I oberoendefallet uppträder knappa majoriteter med större frekvens och ledningen kan förväntas växla mellan de båda kandidaterna eller alternativen.

4. Avslutande kommentarer

Två enkla sannolikhetsmodeller och ett index för inflytande, inspirerat av Shapley-Shubiks index, har här använts för att belysa "maktfördelningen" i en församling, som röstar dikotomt enligt en fast turordning såsom vid kollegial omröstning. De resultat som framkommit visar hur stor betydelse graden av inbördes påverkan i nämnden har på utfallet vid en omröstning. Under en modell, som förutsätter fullständigt oberoende mellan de agerande, uppkommer majoriteter först sent vid rösträkningen och de ledamöter som röstar sist utövar stort inflytande på röstutfallet. Under en alternativ modell, som förutsätter ett visst mått av beroende mellan de röstande, kommer majoriteter att uppträda tidigare vid rösträkningen och ledamöter närmare mitten får i motsvarande grad ett större inflytande.

Vid en öppen omröstning, där de agerande hör och/eller ser hur andra röstar, är givetvis "oberoendefallet" en helt orealistisk modell för röstbeteende. Ofta föregås en omröstning av föredragning och diskussion, vilket ytterligare förstärker graden av "beroende" mellan angivna röster. Det hindrar givetvis inte att "oberoendefallet" har ett teoretiskt intresse som ett noll-läge, till vilket andra modeller kan relateras. Även i annan formell analys av kollektivt beslutsfattande har ett oberoendeantagande kommit att spela en viktig men kanske alltför stor roll. I ett arbete, som behandlar Condorcets röstparadox, skriver May (1971):

Perhaps the greatest defect of the mathematical model of voting processes is that judges are treated as linearly independent; the individual rank orderings are not explicitely affected by interaction among judges.

Förklaringen är att ett oberoendeantagande medger användning av enkla sannolikhetsmodeller av typ binomialfördelningen.[4] Det är inte alldeles enkelt att föra in ett beroende i en sannolikhetsmodell, som skall beskriva röstbeteende. Som påpekats ovan, implicerar emellertid homogena fallet ett visst mått av beroende mellan de agerande: "alla påverkar i någon mån alla". Man kan dra den slutsatsen att ett ännu kraftigare beroende av detta symmetriska slag skulle innebära ytterligare förstärkt inflytande för röstande nära mitten av turordningen.

De begrepp och modeller som här använts kan – med någon modifiering – även användas vid en analys av röstande i ideologiskt splittrade församlingar (se Straffin et al 1981), varvid ett beroende får antas föreligga inom grupperingar av likatänkande. Den form av beroende eller påverkan mellan röstande som uppträder i form av partidisciplin kräver emellertid helt andra ansatser. "Analysenheten" blir här inte enskild röstande utan partiet och matematiska redskap får sökas inom den del av spelteorin som behandlar "viktade röstspel" (eng weighted voting games).

En uppsats nyligen av Stenlund et al (1985) diskuterar makt formellt och reellt, dataunderbyggt med material från Sveriges Riksdag. Den formella teorin för röstning bygger emellertid generellt i hög grad på modeller med apriori-sannolikheter (föreliggande uppsats utgör ett exempel härpå!). Avsaknaden av empiriskt material känns ofta som en brist. När det gäller speciellt kollegial omröstning och liknande förfaranden, vore det lätt att anvisa statistiska metoder för att testa fram modeller för röstbeteende i församlingar som använder metoderna. Härför krävs dataunderlag i form av detaljerade röstprotokoll.

Det kan slutligen vara av intresse att notera att den svenska modellen för kollektivt beslutsfattande, kollegial omröstning, lämpar sig alldeles utmärkt för att i kvantitativa och intuitivt lättförståeliga termer karakterisera välkända maktindex och de sannolikhetsmodeller som används vid härledning av desamma.

Noter och anmärkningar

Jag har haft stor nytta av synpunkter från redaktionen på en första version av denna uppsats.

1 Jag är tacksam för denna referens från Torbjörn Vallinder.

2 Jag är tacksam för detta påpekande från professor Hannu Nurmi, Åbo.

3 De mått på samstämmighet mellan röstande som här beräknats är komplementära till Raes välkända *fraktionaliseringsmått* (Rae 1968).

4 Urnmodeller ger en viss möjlighet att komma ifrån oberoendeantagandet (se t ex Berg, 1985).

Bibliografi

Kenneth J Arrow. *Social Choice and Individual Values.* Cowles Commission Monographs, no. 12, andra upplagan. New York and London, 1963.

Duncan Black. *The Theory of Committees and Elections.* Cambridge, 1958.

Michael Dummett. *Voting Procedures.* Oxford, 1984.

Robin Farquharson. *The Theory of Voting.* New Haven, 1969.

Referenser

Berg, S (1985). Paradox of voting under an urn model: the effect of homogeneity. *Public Choice 47,* 377–387.

Berg, S och B Bjurulf (1983). A note on the paradox of voting: Anonymous preference profiles and May's formula. *Public Choice 40,* 308–316.

Bjurulf, B H (1972). A probabilistic analysis of voting blocs and the occurrence of the paradox of voting. I: R Niemi och H F Weisberg, red, *Probability models of collective decision making.* Merrill, Columbus, Ohio.

Dummett, M (1984). *Voting Procedures.* Oxford University Press, Oxford.

Feller, W (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications* (andra upplagan). John Wiley, New York.

Gillespie, C C (1972). Probability and poitics: Laplace, Condorcet, and Turgot. *Proceedings of the American Philosophical Society 116,* 1–20.

Gärdenfors, P (1976). Manipulation of social choice functions. *Journal of Economic Theory 13,* 217–228.

May, R M (1971). Some mathematical remarks on the paradox of voting. *Behavioral Science 16,* 143–151.

Nurmi, H (1983). Voting procedures: a summary analysis. *British Journal of Political Science 13,* 181–208.

Rae, D (1968). A note on the fractionalization of some European party systems. Comparative Political Studies 1, 413–418.

Stenlund, H och J-E Lane (1984a). Röstmakt vid fackliga kongresser. *Statsvetenskaplig Tidskrift 87,* 70–87.

Stenlund, H och J-E Lane (1984b). The structure of voting-power indices. *Quality and Quantity 18,* 70–87.

Stenlund, H, J-E Lane och B Bjurulf (1985). Formal and real voting power. *European Journal of Political Economy* 1, 59–75.
Straffin, P D (1977). Homogeneity, independence and power indices. *Public Choice 30,* 107–118.
Straffin, P D, M D Davis och S J Brams (1981). Power and satisfaction in an ideologically divided voting body. I: M J Holler, red, *Power, Voting and Voting Power.* Physica-Verlag, Würzburg.
Strömberg, H (1984). *Allmän Förvaltningsrätt* (12:e upplagan). Liber förlag.