

Teknisk matematik - pedagogiska överväganden och erfarenheter från de två första åren

Gunnar Sparr, utbildningsledare

1. Bakgrund

Hösten 2002 startade LTH ett nytt civilingenjörsprogram Teknisk matematik (Pi), hittills det enda av sitt slag i landet. I förarbetena lyftes fram ett antal förväntade karaktärsdrag för programmet, bl.a. motiverade studenter, holistisk kunskapsuppbyggnad, samt ingenjör- och kommunikationsaspekterna. Dessa har sedan varit vägledande för programmets realisering. Nedan diskuteras pedagogiska överväganden och programutformning i anslutning till dessa karaktärsdrag. Däremot går vi inte in på den konkreta programstrukturen, denna kan studeras på <http://www.tekniskmatematik.lth.se>.

Några av de mer eller mindre allmänna programmålen är, sådana de formuleras i utbildningsplanen, att

- ge kunskap om de matematiska begreppens och verktygens roller, möjligheter och begränsningar inom teknik och naturvetenskap samt i den allmänna samhällsutvecklingen,
- ge kunskap om matematikens roll som kulturbärare och förmedlare av ett universellt språk för mänsklig och maskinell kommunikation.
- Utbildningen ska ge träning i
 - att matematiskt formulera och analysera problem, även sådana som har ett ursprung där matematiken inte är synlig, samt att föra tillbaka lösningar och analysresultat till ursprungsproblemet,
 - att kunna använda det matematiska språket för att kommunicera och samverka med andra, såväl tekniker som icke-tekniker, såväl muntligt som i skrift.
 - att kunna kritiskt granska tekniska resonemang och att med matematiskt och statistiskt angreppssätt kunna avgöra deras hållbarhet,
- ... Utbildningen skall ge insikt i betydelsen av abstraktion och teoribygnad.

Några data från antagningarna 2002 och 2003:

- 2002-03 antogs 38 studenter, lägsta antagningspoäng direkt från gymnasiet var 17.xx.
- 2003-04 antogs 43 studenter, lägsta antagningspoäng direkt från gymnasiet var 16.xx.
- Ett femtontal studenter har gått över till Pi från andra program vid LTH.
- Några demografiska data (från EWS-enkäten):
 - Könsfördelning:
 - Andel kvinnor 2002 24% på Pi 29% LTH-medel.
 - Andel kvinnor 2003 35% på Pi 29% LTH-medel.
 - Geografisk spridning:
 - Hemort utanför Skåne 2002 61% Pi 46% LTH-medel
 - Hemort utanför Skåne 2003 64% Pi 43% LTH-medel
- Utan att gå in på statistik kan sägas att studieresultaten är goda, såväl ifråga om poängproduktion som betyg.

2. Programplanering, pedagogiska överväganden

Vi diskuterar här programplanering med avseende på målen ovan, utifrån ett lärandeperspektiv. Detta görs från fyra utgångspunkter, karakteristiska för programmet.

A. Motiverade studenter.

I EWS-enkäten 2003 angav 91% av Pi-studenterna 'intresse' som främsta anledning till programval. Detta är avsevärt mer än för något annat program. Det är naturligtvis ett privilegium att arbeta med en sådan studentgrupp, men också en utmaning att förvalta och fortsatt stimulera detta stora intresse, spec om utrymmet för specialutvecklade kurser är begränsat.

I allt informationsmaterial kring Pi har understrukits att 'programmet vänder sig till dig som är verkligt intresserad av matematik och av att använda matematik'. EWS-siffrorna ovan visar att LTH hittills lyckats nå en sådan grupp. Programplaneringen har från början utgått från ett högt matematikintresse hos studenterna, vilket bl.a. visar sig i mycket matematik redan i årskurs 1, mer än för något annat program. I årskurs 1 finns också kurser om programmering samt modellerings- och användningsaspekter.

Var och en som sysslat med universitetsutbildning vet vilka starka drivkrafter för lärande som ligger i ämnet och studentens intresse för ämnet. Lärarens roll är helt olika inför starkt och svagt intresserade studenter. Inom matematikdidaktik diskuterar man även betydelsen av motivation och affektiva komponenter, se [2], p 504 ff. Även läromedel och deras utformning spelar en viktig roll för lärandeprocessen.

Ramsden [4], p65 ff, kopplar intresse till förståelse och djupinläring: "Deep approaches are closely related to a student's interest in the task for its own sake. ... Deep approaches are in addition associated with a well-developed base of knowledge in the field of study".

Programmet måste utformas så att studenterna bibehåller och helst stärker och vidgar sitt starka matematikintresse genom hela utbildningen. Planeringen har sökt tillgodose detta genom väl genomtänkta kurskedjor, inkluderande även tillämpningsämnen, byggande på matematik. Detta gäller såväl inom obligatorium som inriktningar.

Av ekonomiska skäl kan ett program med ett fyrtiotal studenter inte ha särskilt många egna kurser, utan måste i hög utsträckning förlita sig på samläsning med andra program. Detta gäller även matematikkurserna i ettan, som är gemensamma för alla program vid LTH. Dessa kurser är dock inte optimala för studenter som är specialintresserade av matematik. För dessa är det viktigt att tidigt få speciell träning bl.a. i matematisk bevisföring och användande av exakt matematiskt språkbruk. Detta görs i årskurs 1 i kursen Matematisk kommunikation (som dessutom tillvaratar andra aspekter, se nedan). Denna kurs, tillsammans med Matematisk modellering utgör identitetsskapande karaktärskurser för programmet. Detta gäller såväl innehållsmässigt som genom att de till stor del använder grupparbeten som arbetsform.

Erfarenheter: Vid undersökningen [1] av F och Pi-programmen 2003 ställdes frågan om hur matematikintresset förändrats under tiden på LTH. Cirka 50% av Pi02, som då gick första året, svarade 'ökat mycket' eller 'ökat', ca 20% svarade 'oförändrat' och ca 30% svarade 'minskat lite'. För Pi03 har ingen motsvarande undersökning gjorts, dock pekar en muntlig enkät vid stormötesdiskussion i lika positiv riktning (minst). CEQ-rapporter visar generellt mycket stor tillfredsställelse med matematikundervisningen för Pi. Man noterar mycket höga poäng på 'viktig för min utbildning', och många fritextkommentarer med affektiva kommentarer (roligt etc.).

Man noterar att Pi-studenterna beträffande matematikkurser antagit en lärstil med flitigt deltagande i föreläsningar, mindre flitigt på övningar. Ett sådant självständigt arbetssätt måste accepteras så länge som inlärningsresultaten är goda, såväl poängmässigt som kunskapsmässigt.

B. Holistisk kunskapsuppbyggnad

Programplaneringen tar ambitiöst sikte på kunskapsuppbyggnad med betoning av struktur och överblick snarare än moduler. Matematiken utnyttjas som strukturbärare, även i tillämpade ämnen. I god undervisning bör ingå även att förmedla sammanhang, överblick och enkelhet.

Ett delmål är att studenten skall kategorisera i termer av underliggande matematisk struktur, t.ex. typ av ekvation, och kunna göra analogiresonemang. Ursprunget till det aktuella problemet bidrar med intuition, förutsägelser och rimlighetstolkningar av resultat.

I programplaneringen ser vi det som en viktig uppgift att hjälpa studenten att organisera en kunskapsbas med god åtkomlighet. Mellan minne och förståelse finns ett växelspel, där vi minns det vi

förstått och minnet är en del av tänkandet. (Ibland ställs minneskunskaper och förståelse emot varandra.)

I gott lärande är lärarens roll inte bara informationsöverförande och stödjande, utan även att peka på struktur, ge överblick, klarhet och bidra till kritiskt tänkande. Kursutvärderingar visar att även föreläsningar i storgrupp är effektiva och uppskattade ur ett lärandeperspektiv (särskilt intressant i ekonomiskt trånga tider).

Erfarenheter: Att sikta på en holistisk kunskapsuppbyggnad för en hel studentgrupp är ett ambitiöst mål. Det är ännu för tidigt att säga hur det lyckats, bör vänta åtminstone tills årskurs 3. Intryck från läsperiods- och uppföljningsmöten tyder dock på att årskurs 2 uppfattas på avsett sätt ('man ser hur saker hänger ihop').

C. Ingenjörutbildning¹

Teknisk matematik är en civilingenjörutbildning, inte en utbildning av 'rena' matematiker. Ledmotivet i utbildningen är matematisering av omvärldsfenomen (modellering). Datorn är ett naturligt arbetsredskap, vid sidan av papper och penna.

Programmet är organiserat i form av ett obligatoriskt kursblock om 108 poäng, ett paket inriktningskurser om 18 poäng, valfria kurser samt examensarbete. Inriktningskurserna skall ha tydliga kontaktytor mot världen utanför den akademiska och skall ge en tydlig ingenjörprofil. Innehållsmässigt genomsyras utbildningen, inklusive inriktningarna, av systemtänkande, som är ett styrkeområde för LTH, företrätt av flera institutioner. Programmet leder mot moderna tillämpningsområden, och ger även möjlighet att fördjupa sig i matematisk teori. För detaljer, se <http://www.tekniskmatematik.lth.se>.

Förutom direkta teknikkurser, i allmänhet samma som läses av något annat program, så finns inom obligatoriet några Pi-specifika kurser, fokuserade mot matematiskt och datavetenskapligt ingenjörstänkande. Några exempel är kurser i matematisk modellering i årskurs 1 och 3, samt en kurs i algoritmimplementering i årskurs 3. Dessa är led i en attitydfostran, där man som teknisk matematiker skall vara öppen för att arbeta med öppna problem.

Erfarenheter: Det är ännu för tidigt att säga hur planeringen lyckats i dessa avseenden, man måste vänta tills inriktningarna kommit igång.

D. Matematisk kommunikation

Matematik utgör inte bara verktyg, det är också ett språk som används inom stora delar av teknik- och naturvetenskaper och alltmer även medicin och ekonomi. En teknisk matematiker skall vara förberedd att verka inom dessa fält, och bland det viktigaste i programidén är 'mjuka inslag' som att föra matematiska resonemang i tal och skrift med såväl experter som icke-expert. Utbildningen skall utveckla förmågan att arbeta såväl självständigt som i grupp.

¹ En tidig förespråkare för Teknisk matematik var Platon. I det pedagogiska pionjärverket [3], dialogen Staten, sjunde boken, behandlar han undervisning i matematik, geometri och dialektik, bl.a. genom dialogen:

-- Det borde således vara lämpligt, Glavkon, att i lag föreskriva denna kunskap; och vi måste söka övertala dem, som skola bekläda de högsta befattningar i staten, att lära sig räkning och studera den konsten, men ej blott ytligt -- nej, de böra hålla på, tills de genom det rena tänkandet komma till klar åskådning av talens natur, ej för att som affärsmän och krämare ha nytta av det vid köp och försäljning, utan för att ha gagn av det i krig och för att göra det lättare för själen att vända sig från det förgängliga till det sanna och varande.

-- Du talar förträffligt.

(Idag får man förmoda att Platon lyft fram någon annan användning, kanske 'ingenjörskonst'.)

För att öva sådan förmåga finns som nämnts redan i årskurs 1 en kurs Matematisk kommunikation. Denna har redan berörts ur en aspekt, att kommunicera i väldefinierade och exakta termer. Kursen har även en annan sida, som bryter mot invanda föreställningar om matematiken som enbart en byggnad där varje ny kunskap läggs på en stabil grund av tidigare kunskaper. I denna kurs får studenterna arbeta med avancerade problemställningar, omöjliga att helt förstå för dem, på det stadium de befinner sig. Arbetet kan snarast karakteriseras som 'avancerad populärvetenskap'. Det sker i grupp, och resultaten är ofta imponerande. Kursen examineras utan graderade betyg. I kursen läggs också historiska aspekter på matematik och tillämpad matematik, och en del matematisk kulturhistoria.

Även i de två kurserna i matematisk modellering ingår kommunikativa element, såväl i öppna problemformulering som i form av skriftlig och muntlig rapportering och grupparbete. Andra sådana inslag finns i valfria projekt och inom inriktningarna.

Erfarenheter: Ifråga om muntlig presentation visade F-undersökningen [1] mycket gott resultat för Pi02 efter årskurs 1, med över 50% 'lagom', och i övrigt jämn fördelning. För Pi03 har ingen motsvarande undersökning gjorts. En självkritisk granskning av årskurs 2 visar att den kommunikativa träningen från årskurs 1 inte följts upp på ett bra sätt.

3. Samverkan med och påverkan på andra program

Det finns redan en rad exempel på påverkan av Pi-programmet på andra program:

- Förnyelse av kursutbud, nya kurser inom obligatoriet:
 - o matematisk modellering
 - o matematisk kommunikation
 - o algoritmimplementering,
- Nya kurser inom inriktningar, som andra utbildningar vill använda:
 - o mikroekonomi, humanfysiologi, statistisk genetik

Dessutom har vid Pi-programmet prövats arbetsätt och kursinnehåll, beskrivna ovan, där erfarenheterna kan komma andra program till del:

- Arbetsformer
 - o arbete i grupp
 - o kommunicera matematik i tal och skrift
- matematisk kulturhistoria
- förnyelse av kursutbud på högre nivå inom inriktningarna, ofta genom okonventionella vägar
- examination genom muntliga tentamina och hemtentamina i vissa fall.

Referenser

[1] Carlin, B., Englund, M., Hermelin, M., Karlsson, M., Ohlsson, P., and Renmarker, C-G., F i Fokus. En utvärdering av Teknisk fysik och Teknisk matematik på LTH, KFS AB 2003.

[2] De Corte, E., Greer, B., and Verschaffel, L, Mathematics Teaching and Learning, in Handbook of Educational Psychology, Prentice Hall, 199x.

[3] Platon, Platons Dialoger, Staten, sjunde boken. Grekland ca 400 fKr.

[4] Ramsden, P., Learning to teach in higher education. Routledge 1992.