

Matematikken i Krydsfeltet mellem Undervisning, Forskning, og Innovation

Steen Markvorsen

Resumé—Dette oplæg handler om moderniseringen af den indledende matematikundervisning ved de videregående uddannelser. Med henblik på diskussionen fremhæves tre teser og tilhørende konkrete eksempler fra et kursus som bud på, hvad 'modernisering' omfatter og hvordan den kan realiseres. Fokus her er primært på de uddannelser, hvor den indledende matematikundervisning afholdes som stordrift med flere hundrede studerende og med et klassisk fællesobligatorisk pensum som udgangspunkt. Der tages konkret afsæt i 5 års erfaringer fra en sådan modernisering af den traditionelle førsteårs-undervisning i matematik for civilingeniørstuderende på Danmarks Tekniske Universitet. Igen med henblik på fokusering af diskussionen er de omtalte teser, eksempler, og principper ret skarpt formulerede i dette oplæg. Det er implementeringen af principperne, det ofte er vanskeligere at forholde sig til. Af den grund beskrives også ganske kort, på stikordsform, de væsentligste konkrete elementer i kurset Matematik1, der er et eksempel på resultatet af en sådan omlægning på DTU. Desuden gives – stadig for eksemplets skyld – et overblik over de opnåede resultater med kurset, den nuværende struktur, og de mest spændende udfordringer ved den videre udvikling af kurset. Det er især det sidstnævnte aspekt, der har relation til tesen om, at undervisning også indeholder elementer af både forskning og innovation.

Index Terms— Indledende matematik, didaktik, organisering.

I. INTRODUKTION

Matematikken og matematikundervisningen ved de videregående uddannelser diskuteres, ombrydes og moderniseres i disse år på en række fronter. En af de mere signifikante og egentligt fornyende fronter er der hvor computeren som didaktisk værktøjskasse møder den klassiske ditto: tavle og kridt, papir og blyant. En anden finder vi der hvor kravet om klare progressionslinjer igennem de enkelte uddannelser møder den klassiske fagspecifikke pensumliste. For hver af disse fronter, og i øvrigt for ethvert (indledende) kursus, er der mange potentielle interessenter på banen: studerende og lærere på kurset, lærere på de efterfølgende kurser, elever og lærere på gymnasierne, og ikke mindst direktionen og ledelsen på uddannelsesstedet. Det er i den nuancerede og konstruktive dialog mellem samtlige disse parter at den indledende matematikundervisning kan formes og fremtræde som inspirerende løftestang i uddannelsen frem for blokerende flaskehals.

Nedenstående teser tager alle udgangspunkt i denne påstand. Formålet med eksemplerne/aspekterne er dernæst selvsagt i videst muligt omfang at understøtte tesoerne.

II. TRE TESER

A. Fra flaskehals til løftestang?

Kun med de rette (og rigelige) midler.

B. Undervisning er også forskning og innovation

Fagligheden er didaktikkens maskinrum.

C. Progression en æressag

Men kontant og konstant kreditering hjælper også på vej.

III. ASPEKTER FRA ET KURSUS

A. Historik og logistik

På et 2-dages internatmøde i sommeren 1998 besluttede Institut for Matematik på DTU at omlægge 3 indledende matematikkurser (med klassisk pensum i lineær algebra og analyse) til ét 2-semester kursus, Matematik1. Med udgangspunkt i et omfattende gruppearbejde (!) som involverede alle medarbejdere på Institutet, blev det første forløb af kurset dernæst forberedt i detalje af en hårdt arbejdende planlægningsgruppe på 4 medarbejdere med konstant opbakning fra Institutets ledelse, der samtidig forhandlede den nye struktur på plads med resten af institutionen. Første forløb af kurset startede den 1. september 2000 med 550 studerende. Kurset varer 2 gange 13 uger. I hver uge har de studerende matematik én hel dag og én halv dag med forelæsninger, klasstimer, computerøvelser etc.. Mandskabet på kurset er omfattende: 3 oversigtsforelæsere (hvoraf én har det administrative ansvar for kurset), 20 klasselærere (som er deltidsansatte lærere fra gymnasier i nærheden af DTU), og 20 hjælpelærere (ældre DTU-studerende). Rygraden i kurset består af 26 ugesedler, der i detaljer beskriver kursets indhold og forløb. For hver student udløser kurset 17.5 ECTS point på basis af gennemsnittet af 4 delkarakterer fra henholdsvis 2 skriftlige eksamener, en hjemmeopgave-portefølje og en projektopgave-rapport med mundtligt forsvar. Detaljer kan findes via hjemmesiden [7].

Ovenstående illustrerer forhåbentlig klart, at det er en bekostelig affære dels at etablere og dels at køre kurset – rigelige midler og velvilje er absolut nødvendige fra første dag. Men investeringen giver gode resultater, se figur 1.

B. Innovation

Den egentlige fornyelse i kurset i forhold til tidligere vedrører især følgende tre aspekter:

1) Didaktisk induceret faglig innovation

Pensum i omtalte kursus er ikke væsentligt anderledes end tidligere, dog en anelse reduceret. Der er 6 klassiske hovedemner: Linearitet, Egenværdiproblemet, Funktioner (af op til 3 variable), Parameterfremstillinger (for kurver, flader og rumlige områder), Integration (i flere variable), og Vektorfelter (i rummet). Gauss' og Stokes' sætninger udgør den festlige finale og afrunding på kurset. Det er her forsknings- og innovations-tesen kan illustreres. (Eksemplet nedenfor er muligvis lidt 'off base' i forhold til nærværende generelle målgruppe, men medtages for at illustrere, hvordan didaktiske overvejelser kan (og bør) inducere helt nye, faglige, problemstillinger, hvis løsninger kræver en forskningslignende innovativ indsats.) Stokes' sætning for flader i rummet præsenteres som nævnt sædvanligvis som rosinen i pølseenden i den indledende matematikundervisning. Det er derfor overraskende, at der i den litteratur, der typisk skrives med henblik på den indledende undervisning, stort set kun benyttes ét (standard) argument for den sætning, se eksempelvis [4]. I kontrast hertil eksisterer hundredvis af vidt forskellige beviser og argumenter for Pythagoras' sætning, se [1]. Niveauet er godt nok et ganske andet, men tilsvarende alternative "udfoldninger" af f.eks. den indledende vektoranalyse er rimelig interessante, både for faget, for anvendelserne og for den didaktiske integritet af kurset, se [3], [2] og [5].

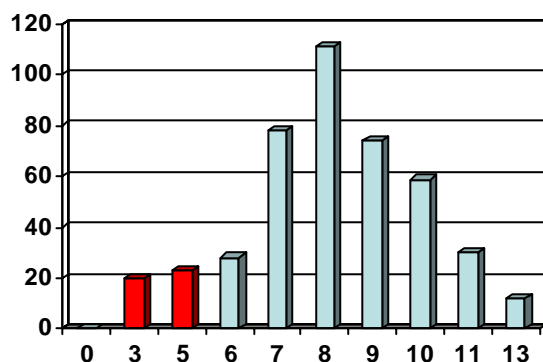


Fig. 1. Slutkarakterfordelingen (gennemsnit af 4 delkarakterer) i Matematik1 efter forløbet E03-F04. Bestå-kriteriet er 6 eller derover. For den viste population er bestå-procenten således 90.

2) Didaktisk indlejring af Maple

Computer-algebra-programmet Maple spiller en afgørende – og accelereret – rolle i kurset. Muligheden for at kunne eksperimentere med og visualisere (udfolde) abstrakte begreber og sammenhænge har uvurderlig didaktisk betydning for (måske især) matematikundervisningen. Maple benyttes differentieret til indlæring på hvert enkelt niveau i undervisningen: ved forelæsninger, ved øvelsestimer, obligatorisk i hjemmeopgaveporteføljen, samt ved løsning af projekt-opgaverne (se nedenfor). Derved sikres, at brugen af dette værktøj straks fra starten reelt opleves som en naturlig, integreret og kreditgivende del af kurset. I [6] findes et eksempel på integreret brug af Maple i den sidste del af kurset som handler om integration og vektoranalyse. Det fulde didaktiske potentiale ved denne indlejring af Maple i kurset er dog endnu langt fra klarlagt.

3) Matematikken anvendes!

En af de største og mest veldokumenterede succeser i kurset er indførelsen af en projektopgave-periode på 3 uger midt i andet semester. De studerende vælger i grupper á 6 en større anvendelsesorienteret opgave (fra en pulje på 20), arbejder med den i 3 uger, skriver rapport, fremlægger resultaterne og får en af kursets 4 delkarakterer for præstationen. Progressionen er tydelig og selvforstærkende for den studerende: matematikken og Maple bliver anvendt på en interessant problemstilling fra det valgte fagområde. Den resulterende kreditværdighed lader sig ikke benægte.

REFERENCER

- [1] A. Bogomolny, "Pythagorean theorem": <http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml>
- [2] Y. J. Dori and J. Belcher, "How does technology-enabled active learning affect undergraduate student's understanding of electromagnetism concepts?", *Journal of the Learning Sciences* **14** (2) 2005, 243-280.
- [3] J. W. Dunn and J. Barbanel, "One model for an integrated math/physics course focusing on electricity and magnetism and related calculus topics", *Am. J. Phys.* **68** (8), August 2000, 749-757.
- [4] C. H. Edwards and D. E. Penney, "Calculus", Sixth Edition, Prentice Hall, 2002.
- [5] S. Markvorsen, "The classical version of Stokes' theorem revisited", Preprint, Institut for Matematik, 2005.
- [6] S. Markvorsen, "Integration i flere Variable", Institut for Matematik og Learning Lab DTU, 2005. Se [intTekst3.pdf](http://www.mat.dtu.dk/education/01005/MWS/INTEGRATOR3/) på adressen: <http://www.mat.dtu.dk/education/01005/MWS/INTEGRATOR3/>
- [7] Matematik1 hjemmeside, DTU: <http://www.mat.dtu.dk/education/01005/>
- [8] Projektopgaver i Matematik1, foråret 2005: <http://www.mat.dtu.dk/education/01005/proj05.html>

E-mail: S.Markvorsen@mat.dtu.dk

Hjemmeside: <http://www.mat.dtu.dk/people/S.Markvorsen/>

